

Trasformazioni geometriche e spazio musicale

Lo spazio delle altezze può essere rappresentato geometricamente in vari modi, il più semplice è uno spazio cartesiano ortogonale (il classico foglio a quadretti) che presenti alle ordinate i diversi semitoni (nel caso di uno spazio temperato ma si potrebbero usare altre scale, anche con microtoni) e alle ascisse la successione ordinata delle altezze nel tempo. Segnando con una 'x' o un punto '.' le note in ciascun quadratino otteniamo figure di questo tipo:

				X	
					X
		X			
	X				
			X		
X					

Qualsiasi **trasposizione** della sequenza di punti-note nello spazio tonale è facilmente attuabile semplicemente facendo scorrere la scala lungo l'ordinata e leggendo le note in corrispondenza dei punti (x):

↑						
si					X	
# b						X
la						
# b			X			
sol		X				
# b				X		
fa	X					
mi						
# b						
re						
# b						
do						
↓						

in questo caso i punti-nota si leggono:

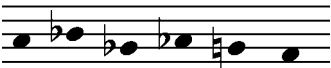
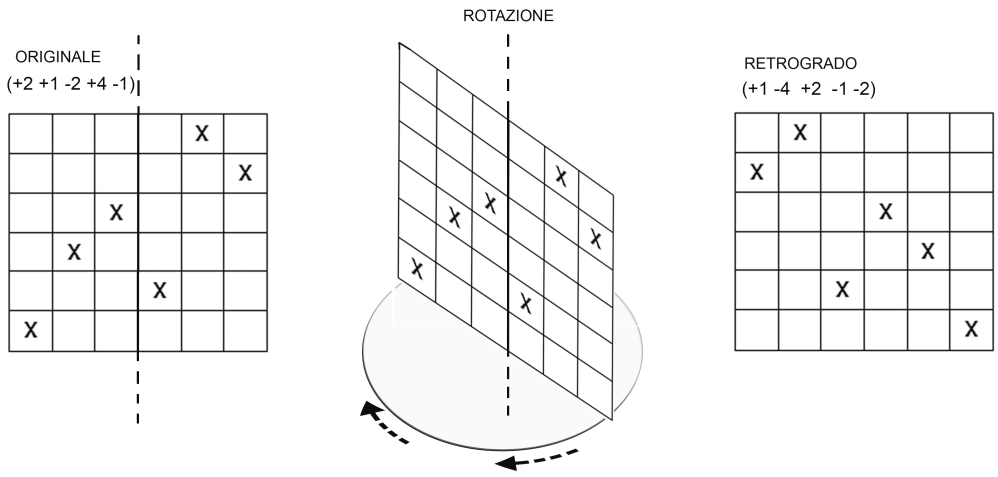


la loro distanza intervallare in termini di semitoni è quindi

In questo spazio è possibile poi effettuare alcune fondamentali operazioni di **riflessione speculare**.

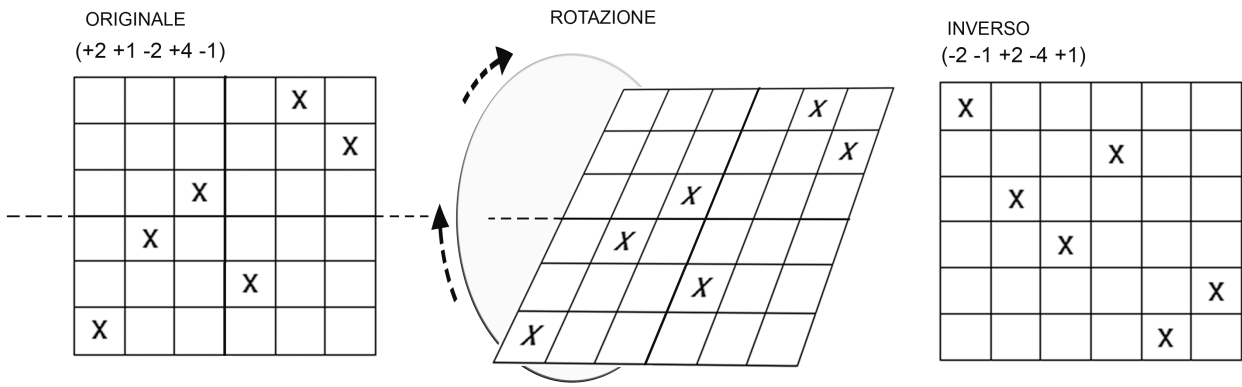
Le trasformazioni geometriche corrispondenti alle forme del contrappunto, dai fiamminghi alla serialità, sono le seguenti:

la successione retrogradata delle altezze si ottiene ribaltando la griglia intorno all'asse verticale

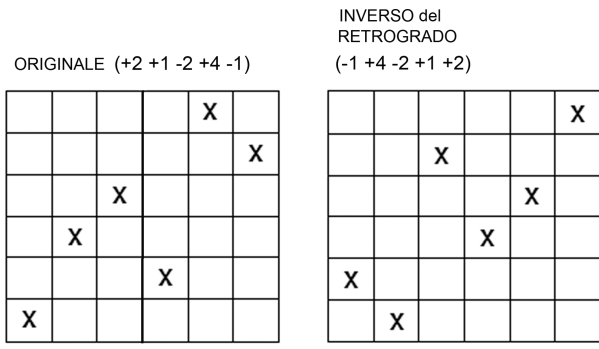


la traduzione in note, seguendo la "lettura traspositiva" precedente è quindi

La successione invertita si ottiene ribaltando la griglia intorno all'asse orizzontale



Applicando due volte il ribaltamento speculare prima su un asse e poi sull'altro otteniamo l'inverso del retrogrado, ovvero il retrogrado dell'inverso



Questa disposizione si può ottenere anche ruotando la griglia intorno al punto centrale del piano di 180°.

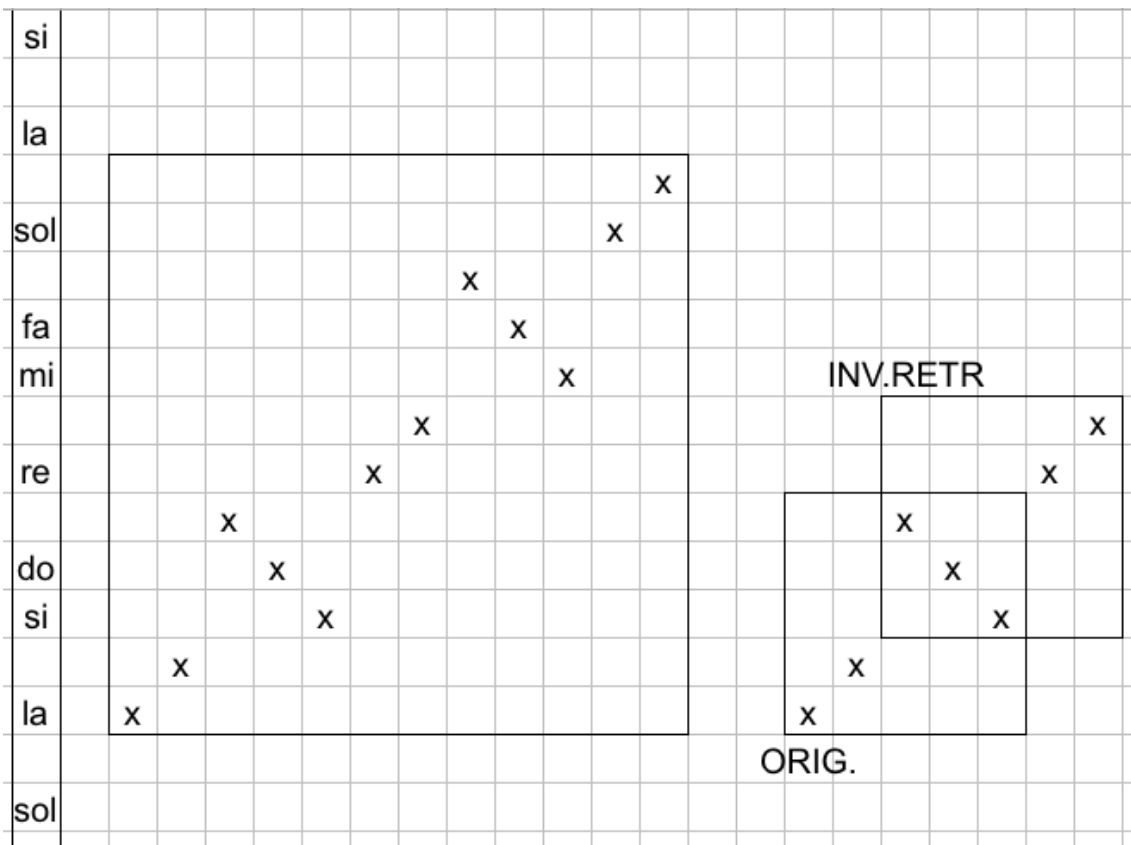
Confrontando tra loro le 4 forme dal punto di vista di ciò che cambia e di ciò che resta invariato notiamo che:

						altezze	successione degli intervalli	direzione degli intervalli
originale	+2	-1	-2	+4	-1			
inverso	-2	+1	+2	-4	+1	diverse	uguale	opposta
retrogrado	+1	-4	+2	+1	-2	uguali	retrogradata	opposta
inv. retrog	-1	+4	-2	-1	+2	diverse	retrogradata	uguale
retr. trasp						diverse	retrogradata	opposta
orig. trasp						diverse	uguale	uguale

Naturalmente vi è lo stesso rapporto tra O e IR e tra R e I (ovvero $O : IR = R : I$)

Tale metodo, prescindendo dalla notazione tradizionale, permette quindi sia un rapido riscontro nell'analisi di un brano costruito con forme a specchio, sia, in fase compositiva, una buona visualizzazione delle possibilità di costruzione simmetrica e più in generale geometrica di una successione di altezze.

Esempio di applicazione analitica di questo metodo di rappresentazione geometrica, applicato all'analisi della serie delle Variazioni op. 30 di Anton Webern:



Nel caso del contrappunto barocco, naturalmente, il sistema tonale impone degli “aggiustamenti” che alterano la geometria per conservare la tonalità o il modo, come in questo esempio tratto dal tema dell'Arte della Fuga:

TEMA ORIGINALE

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
si												
la		x										
sol									x			
fa			x					x		x		
mi							x				x	
re	x			x		x						x
do					x							
si												
la	x			x		x						x
sol							x				x	
fa			x					x		x		
mi									x			
re		x										
do												

<p style="text-align: center;">TEMA INVERTITO GEOMETRICAMENTE che porta il fa# e volgerebbe al maggiore.</p>	<p style="text-align: center;">TEMA USATO DA BACH che conserva il modo minore.</p>
--	--

E' appena il caso di notare che il tema contiene una parte che retrograda se stessa:
i suoni 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

